

2017年医学部第3問

3 Oを原点とする座標平面上に長さ1の線分ABがある。線分ABの端点Aは $x$ 軸上の $x \geq 0$ の部分、端点Bは $y$ 軸上の $y \geq 0$ の部分動くものとする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 線分ABが $x$ 軸となす角 $\angle OAB$ が $\theta$ であるとき、直線ABを $L_\theta$ で表す。直線 $L_\theta$ の方程式を求めよ。ただし、 $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ である。
- (2)  $t$ は $0 < t \leq 1$ を満たす定数とする。直線 $x = t$ と直線 $L_\theta$ との交点を $P_\theta$ とする。点 $P_\theta$ の $y$ 座標が最大となる $\theta$ を $\alpha$ とすると、 $\cos \alpha$ を $t$ を用いて表せ。
- (3) 点 $P_\alpha$ の直交座標 $(x, y)$ を $\alpha$ を用いて表せ。また $\alpha = \frac{\pi}{4}$ のとき、点 $P_\alpha$ の極座標を求めよ。
- (4)  $\alpha$ が $0 \leq \alpha < \frac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき、点 $P_\alpha$ の描く曲線を $C$ とする。 $C$ 上の点 $P_\alpha$ における接線が $L_\alpha$ であることを示し、 $C$ の概形を図示せよ。