2013年 工・情報科学・社シス科学 第4問

$\boxed{4}$ Oを原点とする xy 平面上に，放物線 $C : y = \dfrac{1}{4}x^2$ がある．点 A(2, 8) を通る直線 $\ell : y = t(x-2)+8$（ただし，t は定数）と C との 2 つの交点を結ぶ線分の中点を $\mathrm{M}(X, Y)$ とするとき，次の問いに答えよ．

(1) C と ℓ との 2 つの交点の x 座標を α, β とすると，$\alpha+\beta = \boxed{\text{ア}}\,t$ である．X, Y を t を用いて表すと，$X = \boxed{\text{イ}}\,t$, $Y = \boxed{\text{ウ}}\,t^2 - \boxed{\text{エ}}\,t + \boxed{\text{オ}}$ である．

(2) Mが直線OA上の点であるような t の値は小さい方から順に $\boxed{\text{カ}}$, $\boxed{\text{キ}}$ である．

(3) t が $\boxed{\text{カ}}$ から $\boxed{\text{キ}}$ まで変化するときのMの軌跡は，放物線

$$D : y = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}x^2 - x + \boxed{\text{コ}}$$

の $\boxed{\text{サ}} \leqq x \leqq \boxed{\text{シ}}$ の部分である．

(4) $\boxed{\text{カ}} \leqq t \leqq \boxed{\text{キ}}$ において，直線OMが D に接するとき，$X = \boxed{\text{ス}}$ である．また，t が $\boxed{\text{カ}}$ から $\boxed{\text{キ}}$ まで変化するとき，線分OMが通過する部分の面積は $\dfrac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である．