

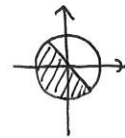


2014年工学部第1問

1 次の問いに答えよ.

- (1) 関数 $y = -2\sin 2x + 2\cos 2x + 3$ の最大値と最小値を求めよ. ただし, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ とする.
- (2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a\sqrt{x+3} - 8}{x-1}$ が有限な値になるように定数 a の値を定め, そのときの極限値を求めよ.
- (3) 直線 $y = x$ に関する対称移動の1次変換を f とする. 1次変換 g が点 $(2, 4)$ を点 $(4, 6)$ に移し, 合成変換 $f \circ g$ が点 $(2, 2)$ を点 $(-12, 4)$ に移すとき, g を表す行列を求めよ.
- (4) 次の不定積分を求めよ.

$$\int x \log(x+1) dx$$



$$\begin{aligned} (1) \quad y &= 2\sqrt{2} \left(\sin 2x \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \cos 2x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \right) + 3 \\ &= 2\sqrt{2} \sin \left(2x + \frac{3\pi}{4} \right) + 3 \quad \left(\frac{3\pi}{4} \leq 2x + \frac{3\pi}{4} \leq \frac{7\pi}{4} \text{ より} \right). \end{aligned}$$

$$\underline{\text{最大値 } 5 \text{ (} x=0 \text{)}, \text{ 最小値 } 3-2\sqrt{2} \text{ (} x=\frac{3\pi}{8} \text{)}} //$$

$$(2) \text{ 不定形 } \left(\frac{0}{0}\right) \text{ になるためには, } 2a-8=0 \quad \therefore a=4 //$$

$$\text{このとき, } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4\sqrt{x+3} - 8}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4(\sqrt{x+3} - 2)(\sqrt{x+3} + 2)}{(x-1)(\sqrt{x+3} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4}{\sqrt{x+3} + 2} = 1 //$$

$$(3) f \text{ を表す行列は } \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ のので } g \text{ を表す行列を } \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \text{ とおくと}$$

$$f \circ g \text{ を表す行列は } \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c & d \\ a & b \end{pmatrix}$$

$$\therefore \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a+4b \\ 2c+4d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix} \quad \therefore \begin{cases} a+2b=2 & \dots \textcircled{1} \\ c+2d=3 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} c & d \\ a & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2c+2d \\ 2a+2b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \therefore \begin{cases} c+d=-6 & \dots \textcircled{3} \\ a+b=2 & \dots \textcircled{4} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \sim \textcircled{4} \text{ より, } a=2, b=0, c=-15, d=9 \quad \therefore \underline{\underline{\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -15 & 9 \end{pmatrix}}} //$$

$$(4) \int \left(\frac{1}{2}x^2\right)' \log(x+1) dx = \frac{1}{2}x^2 \log(x+1) - \int \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{x+1} dx //$$

$$= \frac{1}{2}x^2 \log(x+1) - \frac{1}{2} \int \frac{(x+1)(x-1)+1}{x+1} dx$$

$$= \frac{1}{2}x^2 \log(x+1) - \frac{1}{2} \left(\frac{x^2}{2} - x \right) - \frac{1}{2} \log(x+1) + C$$

$$= \underline{\underline{\frac{1}{2}(x^2-1) \log(x+1) - \frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} + C}} \quad (C \text{ は積分定数}) //$$