

2011年 理系学部 第2問

2 座標空間において、原点を O とし、点 $A(1, 0, 0)$ をとる。また、 xy 平面上にあり、中心が原点、半径が 1 の円を C とするとき、以下の問いに答えよ。

- (1) C の $y \geq 0$ の部分にある点 P について $\angle AOP = t$ ($0 \leq t \leq \pi$) とする。このとき、点 P の座標を t を用いて表せ。
- (2) 点 Q を $\vec{OQ} = -\vec{OP}$ を満たす点とし、点 $B(\sqrt{3}, 1, 1)$ をとる。このとき、内積 $\vec{BP} \cdot \vec{BQ}$ を求めよ。また、 $|\vec{BP}|^2 = m - n \sin(t + \alpha)$ となるような定数 m, n, α (ただし、 $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$) を求めよ。
- (3) $\angle PBQ = \theta$ とおくとき、 $\cos \theta$ の最大値と最小値、およびそれらのときの t の値を求めよ。
- (4) $\cos \theta$ が上で求めた最小値をとるとき、三角形 PBQ の面積を求めよ。