



2010年教育第3問

3 座標平面上で、 $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$ を、それぞれ、中心が $(0, 0)$ 、 $(3, 0)$ 、 $(5, 0)$ 、半径が $2$ 、 $1$ 、 $1$ である円周とする。点 $P$ は点 $(2, 0)$ を出発点とし、円周 $C_1$ 上を反時計回りに等速で $2a$ 秒で一周する。点 $Q$ は点 $(4, 0)$ を出発点とし、先ず円周 $C_2$ 上を反時計回りに等速で $a$ 秒で一周し、続いて円周 $C_3$ 上を時計回りに等速で $a$ 秒で一周する。

点 $P$ 、 $Q$ が同時に出発するとき、線分 $PQ$ の長さの最大値と最小値を求めよ。ただし、 $a$ は正の定数である。