

2013年第4問

4 半径1の円盤  $C_1$  が半径2の円盤  $C_2$  に貼り付けられており、2つの円盤の中心は一致する。  $C_2$  の周上にある定点を  $A$  とする。 図のように、時刻  $t = 0$  において  $C_1$  は  $O(0, 0)$  で  $x$  軸に接し、  $A$  は座標  $(0, -1)$  の位置にある。 2つの円盤は一体となり、  $C_1$  は  $x$  軸上をすべることなく転がっていく。 時刻  $t$  で  $C_1$  の中心が点  $(t, 1)$  にあるように転がるとき、  $0 \leq t \leq 2\pi$  において  $A$  が描く曲線を  $C$  とする。

- (1) 時刻  $t$  における  $A$  の座標を  $(x(t), y(t))$  で表す。  $(x(t), y(t))$  を求めよ。
- (2)  $x(t)$  と  $y(t)$  の  $t$  に関する増減を調べ、  $x(t)$  あるいは  $y(t)$  が最大値または最小値をとるときの  $A$  の座標を全て求めよ。
- (3)  $C$  と  $x$  軸で囲まれた図形の面積を求めよ。

