

2016年 第4問

4 次の問に答えよ。ただし2次方程式の重解は2つと数える。

(1) 次の条件(*)を満たす整数 a, b, c, d, e, f の組をすべて求めよ。

$$(*) \begin{cases} 2 \text{次方程式 } x^2 + ax + b = 0 \text{ の2つの解が } c, d \text{ である。} \\ 2 \text{次方程式 } x^2 + cx + d = 0 \text{ の2つの解が } e, f \text{ である。} \\ 2 \text{次方程式 } x^2 + ex + f = 0 \text{ の2つの解が } a, b \text{ である。} \end{cases}$$

(2) 2つの数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ は、次の条件(**)を満たすとする。

(**) すべての正の整数 n について、 a_n, b_n は整数であり、2次方程式 $x^2 + a_n x + b_n = 0$ の2つの解が a_{n+1}, b_{n+1} である。

このとき、

(i) 正の整数 m で、 $|b_m| = |b_{m+1}| = |b_{m+2}| = \dots$ となるものが存在することを示せ。

(ii) 条件(**)を満たす数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ の組をすべて求めよ。