



2017年 第4問

4 n を自然数とする. 0 でない複素数からなる集合 M が次の条件 (i), (ii), (iii) を満たしている.

(i) 集合 M は n 個の要素からなる.

(ii) 集合 M の要素 z に対して, $\frac{1}{z}$ と $-z$ はともに集合 M の要素である.

(iii) 集合 M の要素 z, w に対して, その積 zw は集合 M の要素である. ただし, $z = w$ の場合も含める.

このとき, 次の問に答えよ.

(1) 1 および -1 は集合 M の要素であることを示せ.

(2) n は偶数であることを示せ.

(3) $n = 4$ のとき, 集合 M は一通りに定まることを示し, その要素をすべて求めよ.

(4) $n = 6$ のとき, 集合 M は一通りに定まることを示し, その要素をすべて求めよ.