



2018年第3問

3 図1のように2つの正方形 ABCD と CDEF を並べた図形を考える. 2点 P, Q が6個の頂点 A, B, C, D, E, F を以下の規則 (i), (ii) に従って移動する.

(i) 時刻0では図2のように点 P は頂点 A に, 点 Q は頂点 C にいる.

(ii) 点 P, Q は時刻が1 増えるごとに独立に, 今いる頂点と辺で結ばれている頂点に等確率で移動する.

時刻 n まで2点 P, Q が同時に同じ頂点にいることが一度もない確率を p_n と表す. また時刻 n まで2点 P, Q が同時に同じ頂点にいることが一度もなく, かつ時刻 n に2点 P, Q がともに同じ正方形上にいる確率を a_n と表し, $b_n = p_n - a_n$ と定める. このとき, 次の問に答えよ.

- (1) 時刻1での点 P, Q の可能な配置を, 図2にならってすべて図示せよ.
- (2) a_1, b_1, a_2, b_2 を求めよ.
- (3) a_{n+1}, b_{n+1} を a_n, b_n で表せ.
- (4) $p_n \leq \left(\frac{3}{4}\right)^n$ を示せ.