

2017年工学部第3問

3 θ を $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ をみたす定数とし, 自然数 n に対して $a_n = \tan \frac{\theta}{2^n}$ とおく.

(1) 数列 $\{2^n a_n\}$ の極限を求めよ.

(2) n が 2 以上のとき $\frac{1}{a_n} - \frac{2}{a_{n-1}} = a_n$ が成り立つことを示せ.

(3) $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{a_k}{2^k}$ とおく. n が 2 以上のとき S_n を a_1 と a_n で表せ.

(4) 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{2^n}$ の和を求めよ.