

2018年工学部第2問

2 関数 $f(x) = \sqrt{2x+1}$ に対して, 数列 $\{a_n\}$ を次で定義する.

$$a_1 = 3, \quad a_{n+1} = f(a_n) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

方程式 $f(x) = x$ の解を α とおく. 次の問いに答えよ.

- (1) 自然数 n に対して, $a_n > \alpha$ が成り立つことを示せ.
- (2) 自然数 n に対して, $a_{n+1} - \alpha < \frac{1}{2}(a_n - \alpha)$ が成り立つことを示せ.
- (3) 数列 $\{a_n\}$ が収束することを示し, その極限値を求めよ.