

2014年 理工学部 第4問

4  $O$  を原点とする座標平面において、曲線  $C_1 : y = \log x + \log t$  と曲線  $C_2 : y = ax^2$  を考える。ただし  $a$  と  $t$  は正の実数である。曲線  $C_1$  と  $C_2$  は共有点  $P$  を持ち、また、 $P$  における  $C_1$  と  $C_2$  の接線が一致するものとする。次の問いに答えよ。

- (1)  $P$  の  $x$  座標を  $x_0$  とする。  $x_0, a, t$  の間に成立する関係式を書け。
- (2)  $x_0$  と  $a$  をそれぞれ  $t$  を用いて表せ。
- (3)  $P$  における  $C_2$  の法線を  $l$  とする。また、 $l$  と  $x$  軸の交点を  $Q$ 、 $l$  と  $y$  軸の交点を  $R$  とする。  $\triangle OQR$  の面積  $S(t)$  を求め、また、 $S(t)$  を最小とする  $t$  の値を求めよ。
- (4)  $t$  が (3) で求めた値のとき、曲線  $C_1, C_2$  と  $x$  軸が囲む図形の面積を求めよ。