2013年 工学部 第3問

$\boxed{3}$ 曲線 $y=\dfrac{1}{x}$ $(x>0)$ を曲線 C とする．曲線 C と直線 $y=mx$ の交点を点P，曲線 C と直線 $y=\dfrac{1}{2}x$ との交点を点Qとする．ここで傾き m を $m>\dfrac{1}{2}$ の実数とする．以下の問いに答えよ．

(1) 点Pと点Qの座標をそれぞれ求めよ．

(2) 点Qにおける曲線 C の接線 L の方程式を求めよ．

(3) 接線 L と直線 $y=mx$ の交点の座標を，m を用いて表せ．

(4) 原点Oと点P，原点Oと点Qを結ぶ線分をそれぞれOP，OQとする．曲線 C とOP，OQで囲まれた部分の面積 A を，m を用いて表せ．

(5) 点Pおよび点Qから y 軸に垂直に引いたそれぞれの線分と，y 軸および曲線 C で囲まれた領域を y 軸のまわりに1回転してできる体積を，m を用いて表せ．