



2011年第3問

3  $a$  を  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$  を満たす定数とする. 円  $C : x^2 + (y + \sin \alpha)^2 = 1$  および, その中心を通る直線  $l : y = (\tan \alpha)x - \sin \alpha$  を考える. このとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) 直線  $l$  と円  $C$  の 2 つの交点の座標を  $\alpha$  を用いて表せ.  
 (2) 等式

$$2 \int_{\cos \alpha}^1 \sqrt{1-x^2} dx + \int_{-\cos \alpha}^{\cos \alpha} \sqrt{1-x^2} dx = \frac{\pi}{2}$$

が成り立つことを示せ.

- (3) 連立方程式

$$\begin{cases} y \leq (\tan \alpha)x - \sin \alpha \\ x^2 + (y + \sin \alpha)^2 \leq 1 \end{cases}$$

の表す  $xy$  平面上の図形を  $D$  とする. 図形  $D$  を  $x$  軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ.