

2010年薬学部第3問

3 一辺の長さが  $2a$  の正方形  $ABCD$  を底面とする高さ  $h$  の正四角錐  $O-ABCD$  がある。ここで、辺  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$ ,  $OD$  の長さはすべて等しい。正四角錐  $O-ABCD$  に内接する球を  $Q_1$  とし、また正四角錐  $O-ABCD$  の4つの側面と  $Q_1$  に接する球を  $Q_2$  とする。以下同様にして球  $Q_3, Q_4, \dots, Q_n$  をつくる。次の問いに答えよ。

- (1) 球  $Q_1$  の半径  $r_1$  を求めよ。
- (2) 球  $Q_{k+1}$  の半径  $r_{k+1}$  を球  $Q_k$  の半径  $r_k$  で示せ。
- (3) 球  $Q_n$  の体積を  $a, h, n$  で示せ。
- (4)  $h = 2\sqrt{2}a$  のとき、球  $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n$  の体積の和を  $a, n$  で示せ。