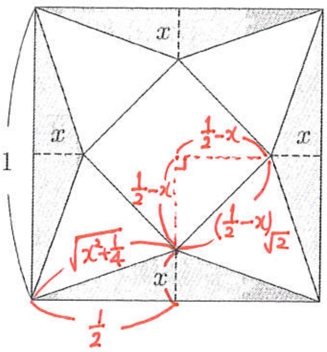
2014年 芸術工学部 第2問

$\boxed{2}$ 次の問いに答えよ．

(1) 方程式 $\log_3(x-1)+\log_9(x+9)-1=0$ を解け．

(2) 1辺の長さが1の正方形の紙から右図のように高さが x の合同な4枚の二等辺三角形を切りとって除き，四角錐の展開図を作る．その展開図を折り曲げて作られる四角錐の体積 V が最大となる x と，その時の体積 V の最大値を求めよ．



(1) 真数条件より．

$x>1$ かつ $x+9>0$

$\therefore x>1 \cdots ①$

底の変換公式より．

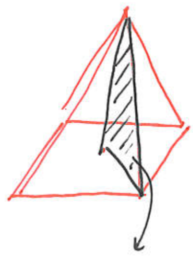
$$\log_3(x-1)+\frac{\log_3(x+9)}{\log_3 9}=1$$

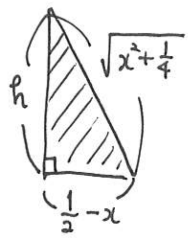
$$\therefore \log_3(x-1)^2(x+9)=2$$

$$\therefore (x-1)^2(x+9)=9$$

$$\therefore x(x^2+7x-17)=0$$

① より $x=\dfrac{-7+\sqrt{117}}{2}=\underline{\dfrac{-7+3\sqrt{13}}{2}}$ //





(2) 底面の辺の長さは．$(\frac{1}{2}-x)\sqrt{2}$，高さ h は $h^2+(\frac{1}{2}-x)^2=x^2+\frac{1}{4}$ より $h=\sqrt{x}$

$$\therefore V=2\left(\frac{1}{2}-x\right)^2\times\sqrt{x}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{3}\sqrt{x}\left(\frac{1}{2}-x\right)^2$$

$$\therefore V'=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{x}}\left(\frac{1}{2}-x\right)^2+\frac{2}{3}\sqrt{x}\cdot 2\left(\frac{1}{2}-x\right)\cdot(-1)=\frac{\left(\frac{1}{2}-x\right)\left(\frac{1}{2}-5x\right)}{3\sqrt{x}}$$

$\therefore V'=0$ となるのは，$0<x<\frac{1}{2}$ において．$x=\frac{1}{10}$

x	(0)	$\cdots$	$\frac{1}{10}$	$\cdots$	$(\frac{1}{2})$
V'		$+$	0	$-$	
V		$\nearrow$		$\searrow$	

増減表より．$\underline{x=\frac{1}{10}\text{ のとき．最大値 }\frac{4\sqrt{10}}{375}}$ //