0001923726708999

名古屋市立大学

2014年 第2問

$\boxed{2}$ 空間に四面体ABCDと点P，Qがあり，

$$4\overrightarrow{PA}+5\overrightarrow{PB}+6\overrightarrow{PC}=\vec{0} \quad \cdots\cdots ①$$
$$4\overrightarrow{QA}+5\overrightarrow{QB}+6\overrightarrow{QC}+7\overrightarrow{QD}=\vec{0} \quad \cdots ②$$

を満たす．次の問いに答えよ．

(1) $\overrightarrow{AP}$ を $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AC}$ を用いて表せ．

(2) 三角形PABと三角形PBCの面積比を求めよ．

(3) 四面体QABCと四面体QBCDの体積比を求めよ．

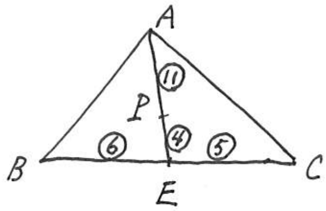
数理 石井K

(1) ①式より．

$$-4\overrightarrow{AP}+5\overrightarrow{AB}-5\overrightarrow{AP}+6\overrightarrow{AC}-6\overrightarrow{AP}=\vec{0}$$

$$\therefore 15\overrightarrow{AP}=5\overrightarrow{AB}+6\overrightarrow{AC}$$

$$\therefore \overrightarrow{AP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$$ //



(2) (1)より．$\overrightarrow{AP}=\frac{11}{15}\left(\frac{5}{11}\overrightarrow{AB}+\frac{6}{11}\overrightarrow{AC}\right)$

∴ 線分BCを6:5に内分する点をEとすると，

点Pは線分AEを11:4に内分する点となる．

$\therefore \triangle PAB=\triangle ABC\times\frac{6}{11}\times\frac{11}{15}$ ，$\triangle PBC=\triangle ABC\times\frac{6}{11}\times\frac{4}{15}+\triangle ABC\times\frac{5}{11}\times\frac{4}{15}$

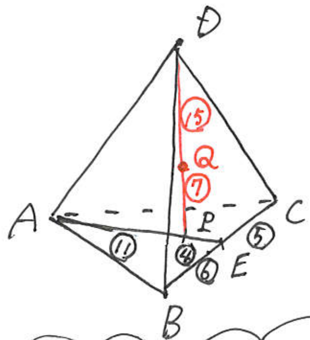
$\therefore \triangle PAB:\triangle PBC=3:2$ //

(3) ②式より．$4(\overrightarrow{PA}-\overrightarrow{PQ})+5(\overrightarrow{PB}-\overrightarrow{PQ})+6(\overrightarrow{PC}-\overrightarrow{PQ})+7(\overrightarrow{PD}-\overrightarrow{PQ})=\vec{0}$

$$\therefore (4\overrightarrow{PA}+5\overrightarrow{PB}+6\overrightarrow{PC})-22\overrightarrow{PQ}+7\overrightarrow{PD}=\vec{0}$$

①式より．$\overrightarrow{PQ}=\frac{7}{22}\overrightarrow{PD}$

∴ 点Qは線分PDを7:15に内分する．



∴ 四面体QABC : 四面体QBCD

$=ABCD\times\frac{7}{22}:ABCD\times\frac{2}{11}$

$=7:4$ //

また，$\overrightarrow{AQ}-\overrightarrow{AP}=\frac{7}{22}(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AP})$

$\therefore \overrightarrow{AQ}=\frac{9}{11}\left(\frac{5}{18}\overrightarrow{AB}+\frac{6}{18}\overrightarrow{AC}+\frac{7}{18}\overrightarrow{AD}\right)$

なので