

2017年薬学部第2問

2 xy 平面上の曲線 $C: y = f(x)$ に関し、以下の問いに答えよ。ただし、

$$f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

である。

(1) $f(x)$ は以下の関係式を満たすことを示せ。

(i) $\{f(x)\}^2 - \{f'(x)\}^2 = 1$

(ii) $f''(x) = f(x)$

ただし、 $f'(x)$ および $f''(x)$ は、それぞれ、 $f(x)$ の x に関する 1 階および 2 階の導関数を表す。

(2) 曲線 C 上の点 $A(a, f(a))$ と点 $B(0, f(0))$ の間の曲線の長さ L を求めよ。ただし、 a は $a \geq 0$ を満たす定数である。

(3) 点 A における曲線 C の接線上に点 $P(X, Y)$ を AP の距離が L に等しくなるようにとる。ただし、 $X \leq a$ とする。このとき、 X および Y を、 a を用いて表せ。

(4) 点 A を動かしたときに点 P の描く曲線を D とする。 $a > 0$ のとき、曲線 C の点 A における接線と曲線 D の点 P における接線は常に直交することを示せ。