2017 年 薬学部 第 2 問

$\boxed{2}$ xy 平面上の曲線 $C : y = f(x)$ に関し，以下の問いに答えよ．ただし，

$$f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

である．

(1) $f(x)$ は以下の関係式を満たすことを示せ．

(i) $\{f(x)\}^2 - \{f'(x)\}^2 = 1$

(ii) $f''(x) = f(x)$

ただし，$f'(x)$ および $f''(x)$ は，それぞれ，$f(x)$ の x に関する 1 階および 2 階の導関数を表す．

(2) 曲線 C 上の点 $\mathrm{A}(a,\ f(a))$ と点 $\mathrm{B}(0,\ f(0))$ の間の曲線の長さ L を求めよ．ただし，a は $a \geqq 0$ を満たす定数である．

(3) 点 A における曲線 C の接線上に点 $\mathrm{P}(X,\ Y)$ を AP の距離が L に等しくなるようにとる．ただし，$X \leqq a$ とする．このとき，X および Y を，a を用いて表せ．

(4) 点 A を動かしたときに点 P の描く曲線を D とする．$a > 0$ のとき，曲線 C の点 A における接線と曲線 D の点 P における接線は常に直交することを示せ．