



2011年教育学部(算数・技術)第9問

9  $r$ は $0 < r < 1$ を満たす実数とする. 座標平面上に1辺の長さが $r^n$ の正方形 $R_n$  ( $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ )があり, その頂点を反時計回りに $A_n, B_n, C_n, D_n$ とする. さらに $R_n$ は次の条件(i), (ii)を満たすとする.

(i) 正方形 $R_0$ の頂点は $A_0(0, 0), B_0(1, 0), C_0(1, 1), D_0(0, 1)$ である.

(ii)  $A_{n+1} = C_n$ で, 点 $D_{n+1}$ は辺 $C_nD_n$ 上にある.

このとき以下の問いに答えよ.

(1) 点 $A_2, A_3, A_4$ の座標を $r$ を用いて表せ.

(2)  $A_{4n}$ の座標を $(x_n, y_n)$  ( $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ )とおく.  $x_{n+1} - x_n$ および $y_{n+1} - y_n$ を $r, n$ の式で表せ.

(3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n, \lim_{n \rightarrow \infty} y_n$ を $r$ を用いて表せ.