

2015年工・情報・環境学部(A)第3問


 数理
石井K

3 数列 $\{a_n\}$ が $a_1 = 9$, $a_{n+1} = 15a_n$ を満たしている。次の問いに答えよ。

- (1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
 (2) a_{21} は何桁の整数か。ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

(1) $\{a_n\}$ は初項 9, 公比 15 の等比数列より

$$\underline{a_n = 9 \cdot 15^{n-1}} \quad \text{〃}$$

(2) (1) より, $a_{21} = 9 \cdot 15^{20}$

よって, a_{21} が m 桁の整数 $\Leftrightarrow 10^{m-1} \leq a_{21} < 10^m$ が成り立つ

$$\therefore 10^{m-1} \leq 9 \cdot 15^{20} < 10^m$$

対数をとって

$$m-1 \leq \log_{10} 9 \cdot 15^{20} < m$$

$$\therefore \log_{10} 9 \cdot 15^{20} = 2 \log_{10} 3 + 20 (\log_{10} 3 + \log_{10} 5)$$

$$= 22 \log_{10} 3 + 20 \log_{10} \frac{10}{2}$$

$$= 20 + 22 \log_{10} 3 - 20 \log_{10} 2$$

$$= 24.4762$$

$$\therefore m = 25 \quad \therefore \underline{25 \text{ 桁の整数}} \quad \text{〃}$$