

2014年第15問

 数理  
石井K

15 数列  $\{a_n\}$  は、 $a_1 = 2$  と  $a_{n+1} = 3a_n - 2$  を満たしている ( $n$  は自然数).  $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$  とする.  $S_n > 2014$  をみたす最小の  $n$  の値を求めよ.

$$a_{n+1} - 1 = 3(a_n - 1)$$

~~$\{a_n\}$~~  は  $\{a_n - 1\}$  は 初項 1, 公比 3 の等比数列.

$$\therefore a_n - 1 = 1 \cdot 3^{n-1}$$

$$\therefore a_n = 3^{n-1} + 1$$

$$\begin{aligned} \therefore S_n &= \sum_{k=1}^n 3^{k-1} + 1 \\ &= \frac{1-3^n}{1-3} + 1 \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{3^n - 1}{2} + 1 > 2014$$

$$3^n - 1 > 2013 \times 2$$

$$3^n > 4027$$

$$3^5 = 243, \quad 3^6 = 729, \quad 3^7 = 2187, \quad 3^8 = 6561$$

$$\therefore \underline{\underline{n=8}}$$