

2012年 工学科学 第4問

4  $p$  を自然数とし、 $r$  を1より大きい実数とする。数列  $a_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) は次の条件 (i), (ii), (iii) をすべて満たしている。

$$(i) a_n = r^{n-1} + \frac{1}{r^{n-1}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$(ii) a_2 = p$$

$$(iii) a_3 \leq 13$$

このとき、次の問いに答えよ。

- (1) すべての自然数  $n$  について、 $a_{n+2} = pa_{n+1} - a_n$  が成り立つことを証明せよ。
- (2)  $p$  および  $r$  の値を求めよ。
- (3)  $m$  を自然数とする。  $2m$  個の数  $a_1, a_2, \dots, a_{2m}$  のうち、3の倍数であるものすべての和を求めよ。