2015年 情報工学部 第3問

3 nを自然数とし，関数$f_m(x)$ $(m=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ n)$を次のように定める．

$$f_m(x)=\begin{cases} 1 & (m=0) \\ x^m & (m \geqq 1) \end{cases}$$

さらに，a_k $(k=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ n)$を次のように定める．

$$a_k=\int_{-1}^{1} f_k(1-x)f_{n-k}(1+x)\,dx$$

以下の問いに答えよ．

(1) a_0とa_1をそれぞれnを用いて表せ．

(2) $k \geqq 1$のとき，a_kをn，k，a_{k-1}を用いて表せ．

(3) a_kをn，kを用いて表せ．

(4) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{a_k}$を$n$を用いて表せ．