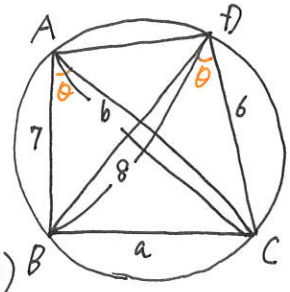
安田女子大学

2014年 薬学部以外（A日程） 第4問

数理 石井K

4 円に内接する四角形ABCDがある．AB＝7，BC＝a，CA＝b，CD＝6，DB＝8のとき，次の問いに答えよ．



(1) aとbの間にはどのような関係があるか．式で表せ．

(2) aが整数のとき，aの取り得る値をすべて求めよ．

(1) 円周角の定理より

$\angle BAC = \angle BDC (= \theta$とおく$)$ （弧BCに対する円周角）

余弦定理より $a^2 = 7^2 + b^2 - 2\cdot 7\cdot b\cos\theta$ ・・・①

$a^2 = 6^2 + 8^2 - 2\cdot 6\cdot 8\cos\theta$ ・・・②

①，②より $\cos\theta$を消去して． $\dfrac{b^2+49-a^2}{14b} = \dfrac{100-a^2}{96}$

$\therefore\ 96(b^2-a^2+49) = 14b(100-a^2)$

$\therefore\ \underline{48(b^2-a^2+49) = 7b(100-a^2)}$ //

(2) $\triangle BCD$において三角形の成立条件は

$a+6>8$ かつ $8+6>a$

$\Longleftrightarrow\quad 2<a<14$

$\therefore\ \underline{a = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13}$ //