0001820549718999

# 南山大学

2014年 情報理工学部 第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ 曲線 $y=e^{-x}\cos x$ 上の点 $(a,\ e^{-a}\cos a)$ における接線の方程式を $y=g(x)$ とする.

(1) $g(x)$ を求めよ.

(2) 定積分 $A=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\,dx$ と $B=\int_0^{\frac{\pi}{2}}x\sin x\,dx$ を計算せよ.

(3) 定積分 $S=\int_0^{\frac{\pi}{2}}g(x)\sin x\,dx$ を計算せよ.

(4) $a$ が $0\leqq a\leqq\pi$ の範囲を動くとき, (3) の $S$ を最大にする $a$ の値を求めよ.

(1) $y'=-e^{-x}\cos x+e^{-x}\cdot(-\sin x)=-e^{-x}(\sin x+\cos x)$

$\therefore\ g(x)=-e^{-a}(\sin a+\cos a)(x-a)+e^{-a}\cos a$

$\therefore\ g(x)=\underline{-e^{-a}(\sin a+\cos a)x+e^{-a}(a\sin a+a\cos a+\cos a)}$ //

(2) $\underline{A=\left[-\cos x\right]_0^{\frac{\pi}{2}}=1}$ //　　$B=\left[-x\cos x\right]_0^{\frac{\pi}{2}}-\int_0^{\frac{\pi}{2}}-\cos x\,dx=\underline{1}$ //

(3) $g(x)=px+q$ とおくと. $S=\int_0^{\frac{\pi}{2}}px\sin x+q\sin x\,dx$

$\therefore\ S=p\cdot\int_0^{\frac{\pi}{2}}x\sin x\,dx+q\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\,dx=pB+qA=p+q$

$\therefore$ (1) より. $\underline{S=e^{-a}\{(a-1)\sin a+a\cos a\}}$ //

(4) $S'(a)=-e^{-a}\{(a-1)\sin a+a\cos a\}+e^{-a}\{\sin a+(a-1)\cos a+\cos a-a\sin a\}$

$=e^{-a}\{2(1-a)\sin a\}$

$\therefore\ S'(a)=0$ となるのは $a=1$

| $a$ | 0 | $\cdots$ | 1 | $\cdots$ | $\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $S'(a)$ | | $+$ | 0 | $-$ | |
| $S(a)$ | 0 | $\nearrow$ | $\frac{\cos 1}{e}$ 極大 | $\searrow$ | $-\frac{\pi}{e^{\pi}}$ |

$\therefore$ $S$ を最大にする $a$ は $\underline{a=1}$ //