



2015年文系第4問

4 2次関数  $y = f(x)$  のグラフは、上に凸であり、原点および点  $Q(a, 0)$  を通るものとする。ただし、 $0 < a < 1$  である。関数  $y = x^2$  のグラフを  $C$ 、関数  $y = f(x)$  のグラフを  $D$  とし、 $C$  と  $D$  の共有点のうち、原点と異なるものを  $P$  とする。点  $P$  における  $C$  の接線の傾きを  $m$ 、 $D$  の接線の傾きを  $n$  とするとき

$$(2a - 1)m = 2an$$

が成り立つとする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $f(x)$  を  $x$  と  $a$  の式で表せ。
- (2)  $0 \leq x \leq a$  の範囲で、曲線  $D$  と  $x$  軸で囲まれた図形の面積を  $S(a)$  とする。 $S(a)$  を  $a$  の式で表せ。
- (3) (2) で求めた  $S(a)$  の  $0 < a < 1$  における最大値を求めよ。