

2014年医学部第1問

1 以下の問いに答えよ.

(1) a, b, c を相異なる実数とする. x, y, z に関する連立3元1次方程式

$$\begin{cases} x - ay + a^2z = a^4 \\ x - by + b^2z = b^4 \\ x - cy + c^2z = c^4 \end{cases}$$

を解きたい. その解を基本対称式

$$\begin{aligned} A &= a + b + c \\ B &= ab + bc + ca \\ C &= abc \end{aligned}$$

を用いて表せ.

(2) 平面上に3点 $A(2, 3), B(1, 2), C(3, 1)$ をとる. このとき, 三角形 ABC の内心を求めよ.(3) 行列 A を

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} & -\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2} \\ \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2} & \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} \end{pmatrix}$$

とおく. このとき, 行列の和

$$A + A^2 + \cdots + A^7 + A^8$$

を, (簡潔な形で) 求めよ.