

2012年理(数・物・化)第2問

2 自然数  $n$  に対して, 3次曲線  $C_n: y = x(x-n)(x-n-1)$  を考え, 原点  $O$  を通る  $C_n$  の接線で, 接点が原点以外のものを  $l_n$  とする. また,  $C_n$  の原点における接線と  $C_n$  で囲まれる部分の面積を  $S_n$  とし,  $l_n$  と  $C_n$  で囲まれる部分の面積を  $T_n$  とする. 次の問いに答えよ.

- (1)  $l_n$  の方程式を求めよ.
- (2)  $S_n, T_n$  を求め, さらに,  $\frac{T_n}{S_n}$  を求めよ.
- (3)  $l_1$  と平行な  $C_1$  の接線で,  $l_1$  と異なるものを  $l'$  とする.  $l'$  の方程式を求めよ.
- (4)  $l'$  は (3) におけるとおりとする. 次の4直線で囲まれる部分を  $x$  軸のまわりに1回転して得られる回転体の体積を求めよ.
  - $l_1$
  - $l'$
  - $l_1$  が  $C_1$  と接する点を通り,  $y$  軸に平行な直線
  - $l'$  が  $C_1$  と接する点を通り,  $y$  軸に平行な直線