



2015年文系第2問

2 座標空間内の3点 $A(1, 1, 1)$, $B(3, 0, 1)$, $C(1, 2, 0)$ を含む平面を H とする。以下の問いに答えよ。

(1) 点 $P(-3, 2, 2)$ は H 上の点であることを示せ。

(2) 点 $Q(1, -3, -4)$ を通る直線が H と直交するとき、その交点の座標を求めよ。

$$(1) \vec{AP} = \vec{OP} - \vec{OA} = (-4, 1, 1), \quad \vec{AB} = (2, -1, 0), \quad \vec{AC} = (0, 1, -1)$$

$$\vec{AP} = s\vec{AB} + t\vec{AC} \iff \begin{cases} -4 = 2s \\ 1 = -s + t \\ 1 = -t \end{cases}$$

$$\therefore s = -2, t = -1$$

$$\therefore \vec{AP} = -2\vec{AB} - \vec{AC} \text{ と表せるので、点 } P \text{ は } H \text{ 上の点である} \quad \square$$

(2) 交点を R とおくと、 R は H 上の点より

$$\begin{aligned} \vec{AR} &= s\vec{AB} + t\vec{AC} \quad ((1) \text{ の } s, t \text{ とは関係ない}) \\ &= (2s, -s+t, -t) \end{aligned}$$

と表せる。

$$\begin{aligned} \therefore \vec{QR} &= \vec{AR} - \vec{AQ} \\ &= (2s, -s+t, -t) - (0, -4, -5) \\ &= (2s, -s+t+4, -t+5) \end{aligned}$$

$\therefore \vec{QR} \perp H$ より、 $\vec{QR} \cdot \vec{AB} = 0$ か $\vec{QR} \cdot \vec{AC} = 0$ が成り立つ

$$\begin{aligned} \vec{QR} \cdot \vec{AB} &= 2 \cdot 2s - (-s+t+4) \\ &= 5s - t - 4 \quad \therefore 5s - t - 4 = 0 \quad \cdots \textcircled{1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{QR} \cdot \vec{AC} &= -s+t+4 - (-t+5) \\ &= -s+2t-1 \quad \therefore -s+2t-1=0 \quad \cdots \textcircled{2} \end{aligned}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より、} s=t=1 \quad \therefore \vec{AR} = (2, 0, -1)$$

$$\therefore \vec{OR} = \vec{AR} + \vec{OA} = \underline{\underline{(3, 1, 0)}}$$