

2013年文系第6問

6 2次関数 $y = \sqrt{2}x^2 - \frac{\sqrt{2}}{4}$ のグラフを C とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 相異なる実数 s, t に対し, C 上の点 $\left(s, \sqrt{2}s^2 - \frac{\sqrt{2}}{4}\right), \left(t, \sqrt{2}t^2 - \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$ における C の法線をそれぞれ l_s, l_t で表す. l_s と l_t の交点の座標を求めよ. ただし, 曲線 C 上の点 P における法線とは, P を通り, P における C の接線と垂直に交わる直線のことである.
- (2) t を固定して s を t に近づけると, (1) で求めた交点の x 座標と y 座標が近づく値をそれぞれ $f(t), g(t)$ で表す. このとき, $f(t), g(t)$ を求めよ.
- (3) (2) で求めた $f(t), g(t)$ を, 実数全体で定義された t の関数とみなして,

$$x = f(t), \quad y = g(t)$$

によって媒介変数表示される曲線を D とする. このとき, C と D によって囲まれた部分の面積を求めよ.