信州大学

2013年 工学部 第3問

$\boxed{3}$ $0 < t < 1$ とする．xy 平面上の曲線 $C_1 : y = t\cos x \left(0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}\right)$ と曲線 $y = 2\sin x\,(0 \leqq x \leqq \pi)$ について，次の問いに答えよ．

(1) 2曲線 C_1，C_2 の交点の x 座標を α とするとき，$\sin\alpha$ と $\cos\alpha$ を t を用いて表せ．

(2) 2曲線 C_1，C_2 と y 軸で囲まれた図形の面積を $S(t)$ とする．また，2曲線 C_1，C_2 と，x 軸上の2点 $\left(\dfrac{\pi}{2},\ 0\right)$，$(\pi,\ 0)$ を結ぶ線分で囲まれた図形の面積を $T(t)$ とする．このとき，$S(t)$ と $T(t)$ を求めよ．

(3) 極限値 $\displaystyle\lim_{t \to +0} \frac{t^2 T(t)}{S(t)}$ を求めよ．