2012年第5問

数理 石井K

$\boxed{5}$ 数列 $\{a_n\}$ の初項 a_1 から第 n 項 a_n までの和を S_n とする．$S_n = 4n - a_n$ が成り立つとき，次の設問に答えよ．

(1) 初項 a_1 の値を求めよ．

(2) a_{n+1} を a_n で表せ．

(3) この数列の一般項を求めよ．

(1) $a_1 = S_1 = 4 - a_1$　　$\therefore \underline{a_1 = 2}$ //

(2) $S_{n+1} = 4(n+1) - a_{n+1}$ …①

$S_n = 4n - a_n$ …②

①－② より．$S_{n+1} - S_n = 4 - a_{n+1} + a_n$

ここで，$S_{n+1} - S_n = a_{n+1}$ より

$a_{n+1} = 4 - a_{n+1} + a_n$

$\therefore \underline{a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 2}$ //

(3) (2) より

$a_{n+1} - 4 = \frac{1}{2}(a_n - 4)$

∴ 数列 $\{a_n - 4\}$ は初項 $a_1 - 4 = -2$，公比 $\frac{1}{2}$ の等比数列

$\therefore a_n - 4 = -2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

$\therefore a_n = 4 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}$

$\therefore \underline{a_n = 4 - \frac{1}{2^{n-2}}}$ //