

2013年薬学部第3問



3 2点 $A(2, 6)$, $B(6, 2)$ を結ぶ直線 AB の中点 P と原点 O を通る直線 OP がある。

- (1) 点 P の座標は (ア , イ) であり, 直線 OP の傾きは ウ である。
 (2) x の2次関数のグラフで定める2つの放物線 C_1 と C_2 が, 点 P で共通接線 OP をもち, さらに C_1 は点 A , C_2 は点 B を通るとすると

$$C_1 \text{ は } y = x^2 + \overset{-7}{\text{エオ}} x + \overset{16}{\text{カキ}}$$

$$C_2 \text{ は } y = \overset{-}{\text{ク}} x^2 + \overset{9}{\text{ケ}} x + \overset{-16}{\text{コサシ}}$$

となる。

$$(1) P \left(\frac{2+6}{2}, \frac{6+2}{2} \right) \quad \therefore \underline{P(4, 4)} \quad (OP \text{ の傾き}) = \underline{1}$$

$$(2) C_1: y = ax^2 + bx + c \text{ とおくと,}$$

$$y' = 2ax + b \quad \therefore x = 4 \text{ において } y' = 8a + b = 1 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$P \text{ を通るので, } 4 = 16a + 4b + c \quad \therefore 16a + 4b + c = 4 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$A \text{ を通るので, } 6 = 4a + 2b + c \quad \therefore 4a + 2b + c = 6 \quad \dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2}, \textcircled{3} \text{ より, } 12a + 2b = -2 \quad \therefore 6a + b = -1 \quad \dots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{4} \text{ より, } a = 1, b = -7, \quad \therefore \textcircled{3} \text{ に代入して } c = 16$$

$$\therefore \underline{C_1: y = x^2 - 7x + 16}$$

$$C_2 \text{ についても同様に, } B \text{ を通るので, } 2 = 36a + 6b + c$$

$$\therefore 36a + 6b + c = 2 \quad \dots \textcircled{5}$$

$$\textcircled{2}, \textcircled{5} \text{ より, } 20a + 2b = -2 \quad \therefore 10a + b = -1 \quad \dots \textcircled{6}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{6} \text{ より, } a = -1, b = 9 \quad \textcircled{5} \text{ に代入して } c = -16$$

$$\therefore \underline{C_2: y = -x^2 + 9x - 16}$$