

2015年理系第2問

 数理  
石井K

2 次の問いに答えよ。

- (1) 関数  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 20$  の極値を求めよ。  
 (2) 関数  $g(x) = 2\log_3(x+2) + \log_3(5-2x)$  の定義域を求めよ。  
 (3) 関数  $g(x) = 2\log_3(x+2) + \log_3(5-2x)$  の最大値を求めよ。

$$\begin{aligned} (1) \quad f'(x) &= 6x^2 + 6x - 12 \\ &= 6(x^2 + x - 2) \\ &= 6(x+2)(x-1) \end{aligned}$$

$x$	...	-2	...	1	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	0	↘	-27	↗

右の増減表より

極大値 0 ( $x = -2$  のとき), 極小値 -27 ( $x = 1$  のとき) //

(2) 真数は正より

$$x+2 > 0 \quad \text{かつ} \quad 5-2x > 0$$

$$\therefore \underline{-2 < x < \frac{5}{2}}$$
 //

$$(3) \quad g(x) = \log_3(x+2)^2(5-2x) \quad (-2 < x < \frac{5}{2})$$

$$= \log_3(-2x^3 - 3x^2 + 12x + 20)$$

$$= \log_3\{-f(x)\}$$

ここで、 $-2 < x < \frac{5}{2}$  において  $f(x)$  の最小値は -27 ( $x = 1$  のとき)

$\therefore -f(x)$  の最大値は 27 ( $x = 1$  のとき)

$\therefore g(x)$  の最大値は、 $g(1) = 3$  //