



2016年 文芸学部 第2問

2 感染症の流行の初期では、時刻 t ($t \geq 0$) における感染者数 n_t は指数関数 $n_t = n_0 a^t$ で表される。ここで、 n_0 は時刻 $t = 0$ における感染者数、 a は正の定数である。ある感染症では、 $n_0 = 2$ で、 $t = 2$ のとき感染者数は 5 人であった。 $\log_{10} 2 = 0.301$, $\log_{10} 5 = 0.699$ として、以下の問いに答えよ。

- (1) a の値を求めよ。
 (2) 感染者数が初めて 100 人を超える時刻 t を求めよ。ただし、答えは整数で求めよ。

(1) $5 = 2 \cdot a^2$ ← $n_t = n_0 a^t$ に代入した

よって、 $a > 0$ より、 $a = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$ //

(2) $2 \cdot \left(\frac{\sqrt{10}}{2}\right)^t > 100$

両辺対数をとる。

$$\log_{10} 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{10}}{2}\right)^t > 2 \iff \log_{10} 2 + t \log_{10} \frac{\sqrt{10}}{2} > 2$$

$$\iff t (\log_{10} 10^{\frac{1}{2}} - \log_{10} 2) > 2 - \log_{10} 2$$

$$\iff t \left(\frac{1}{2} - 0.301\right) > 2 - 0.301$$

$$\iff t \cdot 0.199 > 1.699$$

$$\iff t > \frac{1699}{199} \quad (\doteq 8.54)$$

$\therefore t = 9$ //