

2012年 第3問

3  $n$  は自然数とする。次の問に答えよ。

(1) 次の不等式を示せ。

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2} < 2$$

(2)  $x > 0$  のとき、次の不等式を示せ。

$$x - \frac{x^3}{6} < \sin x < x$$

(3) 次の極限を求めよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left( \sum_{k=1}^n k \sin \frac{1}{k} \right)$$