



2018年 第6問

6 複素数  $\alpha$  に対して、複素数平面上の3点  $O(0)$ ,  $A(\alpha)$ ,  $B(\alpha^2)$  を考える。次の条件 (i), (ii), (iii) をすべて満たす複素数  $\alpha$  全体の集合を  $S$  とする。

- (i)  $\alpha$  は実数でも純虚数でもない。
- (ii)  $|\alpha| > 1$  である。
- (iii) 三角形  $OAB$  は直角三角形である。

このとき、以下の問いに答えよ。

- (1)  $\alpha$  が  $S$  に属するとき、 $\angle OAB = \frac{\pi}{2}$  であることを示せ。
- (2) 集合  $S$  を複素数平面に図示せよ。
- (3)  $x, y$  を  $\alpha^2 = x + yi$  を満たす実数とする。 $\alpha$  が  $S$  を動くとき、 $xy$  平面上の点  $(x, y)$  の軌跡を求め、図示せよ。