

2014年薬学部(前期)第1問

1 a は定数とする.

$$y = -(x^2 + 2x)^2 + 2a(x^2 + 2x) - a^2 + 4$$

のとき以下の問いに答えなさい.

- (1) $t = x^2 + 2x$ とすると, t の取り得る値の範囲は $t \geq \boxed{\text{ア}}$ である. $-1 \pm \sqrt{2}$
- (2) $a = 1$ の場合を考えると, y の最大値は $\boxed{\text{イ}}$ で, そのときの x の値は $\boxed{\text{ウ}}$ である.
- (3) y の最大値は, $a \geq -1$ のとき $\boxed{\text{エ}}$ であり, $a < -1$ のとき $\boxed{\text{オ}}$ である. $-a^2 - 2a + 3$

$$\begin{aligned} (1) \quad t &= x^2 + 2x \\ &= (x+1)^2 - 1 \end{aligned}$$

 $\therefore t$ の取り得る値の範囲は, $t \geq -1$
(2) $a = 1$ のとき, y を t で表すと,

$$\begin{aligned} y &= -t^2 + 2t + 3 \\ &= -(t-1)^2 + 4 \end{aligned}$$

 ここで, $t \geq -1$ であるから, 最大値は4
そのときの t は, $t = 1$

$$\text{すなわち, } x^2 + 2x = 1 \quad \therefore x^2 + 2x - 1 = 0 \quad \therefore x = -1 \pm \sqrt{2}$$

(3) (2)と同様に,

$$\begin{aligned} y &= -t^2 + 2at - a^2 + 4 \\ &= -(t-a)^2 + 4 \end{aligned}$$

 $\therefore a \geq -1$ のとき, (2)と同じく頂点 $(a, 4)$ は範囲 $t \geq -1$ に
 含まれる. よって, 最大値は4
 $a < -1$ のとき, 右図より, 最大値は $-a^2 - 2a + 3$
