

2013年第2問

 数理
石井K

 2 2つのベクトル $\vec{a} = (-1, 1, -1)$ と $\vec{b} = (1, 2, 4)$ について次の設問に答えよ。

- (1) $\vec{a} + t\vec{b}$ と \vec{a} が垂直となるように実数 t の値を定めよ。
 (2) \vec{a} と \vec{b} の両方に垂直な単位ベクトルを求めよ。

$$(1) \vec{a} + t\vec{b} = (t-1, 2t+1, 4t-1)$$

$$\therefore \vec{a} \cdot (\vec{a} + t\vec{b}) = -t+1+2t+1-4t+1=0 \quad \therefore t=1 //$$

(2) 求めるベクトルを $\vec{x} = (s, t, u)$ とおくと。

$$\vec{x} \text{ は単位ベクトルより } s^2 + t^2 + u^2 = 1 \cdots \textcircled{1}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{x} = -s + t - u = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$$\vec{b} \cdot \vec{x} = s + 2t + 4u = 0 \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2}, \textcircled{3} \text{ より, } u = -t, \quad s = 2t$$

$$\text{これらを } \textcircled{1} \text{ に代入して, } 4t^2 + t^2 + t^2 = 1 \quad \therefore t = \pm \frac{\sqrt{6}}{6}$$

$$\therefore \vec{x} = \left(\pm \frac{\sqrt{6}}{3}, \pm \frac{\sqrt{6}}{6}, \mp \frac{\sqrt{6}}{6} \right) \text{ (複号同順)} //$$