

2016年 第2問



2 整数 x, y に関する以下の問に答えよ。

- (1) $x^2 - y^2 - 3 = 0$ をみたす整数の組 (x, y) をすべて求めよ。
 (2) $x^2 - y^2 - 4x + 6y - 5$ を因数分解せよ。
 (3) $x^2 - 4y^2 - 4x + 12y - 8 = 0$ をみたす整数の組 (x, y) をすべて求めよ。

(1) $(x+y)(x-y) = 3$

$x+y, x-y$ は整数であるから、

$$(x+y, x-y) = (1, 3), (3, 1), (-1, -3), (-3, -1)$$

$$\therefore (x, y) = (2, -1), (2, 1), (-2, 1), (-2, -1) //$$

(2) x の降べきの順に整理して、

$$(与式) = x^2 - 4x - (y^2 - 6y + 5)$$

$$= x^2 - 4x - (y-1)(y-5)$$

$$= \{x - (y-1)\} \{x + (y-5)\}$$

$$= \underline{(x-y+1)(x+y-5)} //$$

(3) $y' = 2y$ とおくと、

$$x^2 - y'^2 - 4x + 6y' - 8 = 0$$

$$\therefore x^2 - y'^2 - 4x + 6y' - 5 = 3$$

$$(2)より, (x - y' + 1)(x + y' - 5) = 3$$

$$\therefore (x - 2y + 1)(x + 2y - 5) = 3$$

$$\therefore (x - 2y + 1, x + 2y - 5) = (1, 3), (3, 1), (-1, -3), (-3, -1)$$

$$\therefore (x, y) = \underline{(4, 2), (4, 1), (0, 1), (0, 2)} //$$