奈良教育大学

2016年 第4問

$\boxed{4}$ 次の関数 $F(x)$，$G(x)$，$H(x)$ の導関数を求めよ．

(1) $F(x) = \displaystyle\int_0^x e^{t^2}\,dt$

(2) $G(x) = \displaystyle\int_x^{x^2} e^{t^2}\,dt$

(3) $H(x) = \displaystyle\int_x^{x^2} e^{(t-x)^2}\,dt$

(1) $F'(x) = \dfrac{d}{dx}\displaystyle\int_0^x e^{t^2}dx$

$= \underline{e^{x^2}}$ //

(2) $G(x) = \Big[f(t)\Big]_x^{x^2}$ （ここで $f(x)$ は $f'(x) = e^{x^2}$ をみたす関数の1つとする）

$= f(x^2) - f(x)$

よって，$G'(x) = f'(x^2)\cdot 2x - f'(x)$

$= 2xe^{(x^2)^2} - e^{x^2}$

$= \underline{2xe^{x^4} - e^{x^2}}$ //

(3) $s = t - x$ とおいて置換積分する．$ds = dt$，$\begin{array}{c|c} t & x \to x^2 \\ \hline s & 0 \to x^2 - x \end{array}$

$H(x) = \displaystyle\int_0^{x^2-x} e^{s^2}ds$

$= \Big[f(s)\Big]_0^{x^2-x}$ （$f(x)$ は(2)と同じもの）

$= f(x^2-x) - f(0)$

$\therefore$ $H'(x) = f'(x^2-x)\cdot(2x-1)$

$= e^{(x^2-x)^2}\cdot(2x-1)$

$= \underline{(2x-1)e^{x^2(x-1)^2}}$ //