

2011 年 第 3 問

3 O を原点とする座標平面上に、方程式  $x^2 + 4y^2 = 4$  で表される楕円  $E$  がある。楕円  $E$  の外部の点  $P(p, q)$  から  $E$  に引いた 2 本の接線を  $\ell_1, \ell_2$  とする。

- (1)  $p \neq \pm 2$  のとき、 $\ell_1, \ell_2$  の傾きをそれぞれ  $k_1, k_2$  とする。 $k_1, k_2$  の和と積を  $p, q$  を用いて表せ。
- (2)  $\ell_1$  と  $\ell_2$  が垂直となるような点  $P$  の軌跡を求めよ。
- (3) 長方形  $ABCD$  の各辺が楕円  $E$  に接するとき、 $OA$  と  $AB$  のなす角を  $\theta$  とする。長方形  $ABCD$  の面積を  $\theta$  を用いて表せ。
- (4) (3) の長方形  $ABCD$  の面積の最大値と最小値を求めよ。