

2015年B方式第2問

2 x についての2次関数 $y = f(x) = kx^2 + 2kx + k^2 - k - 1$ について以下の問に答えよ。ただし k は定数である。

- (1) 最大値が7のとき k の値を求めよ。
 (2) 最小値が14のとき k の値を求めよ。
 (3) $y = f(x)$ のグラフが x 軸と共有点をもつ場合の k の条件を求めよ。

(1) 最大値が存在することから、 $k < 0$

$$\begin{aligned} f(x) &= k(x^2 + 2x) + k^2 - k - 1 \\ &= k(x+1)^2 - k + k^2 - k - 1 \\ &= k(x+1)^2 + k^2 - 2k - 1 \quad \dots (*) \end{aligned}$$

$$\therefore k^2 - 2k - 1 = 7$$

$$k^2 - 2k - 8 = 0$$

$$(k+2)(k-4) = 0$$

$$k = -2, 4$$

$$k < 0 \text{ より } \underline{k = -2}$$

(2) 最小値が存在することから、 $k > 0$

$$(*) \text{ より, } k^2 - 2k - 1 = 14$$

$$k^2 - 2k - 15 = 0$$

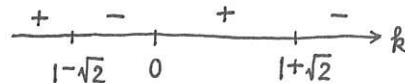
$$(k+3)(k-5) = 0$$

$$k = -3, 5$$

$$k > 0 \text{ より } \underline{k = 5}$$

(3) $f(x) = 0$ の判別式を D とすると、

$$\begin{aligned} D/4 &= k^2 - k(k^2 - k - 1) \\ &= -k(k^2 - 2k - 1) \\ &= -k\{k - (1 - \sqrt{2})\}\{k - (1 + \sqrt{2})\} \end{aligned}$$



x 軸と共有点をもつことから $D \geq 0$ かつ $k \neq 0$

よって、 $\underline{k \leq 1 - \sqrt{2}, 0 < k \leq 1 + \sqrt{2}}$

$k = 0$ のときは
 $y = -1$ となり、
 x 軸と共有点をもたない