

2014年薬学部(前期)第2問

 2 円 $C: x^2 + y^2 - 6x - 4y = 19$ と直線 $l: x + y = k$ について次の問いに答えなさい。

- (1) C の半径を求めなさい。
 (2) l が C の囲む面積を 2 等分するような k の値を求めなさい。
 (3) l が C と共有点をもつような k の範囲を求めなさい。
 (4) l が C と異なる 2 つの共有点 P, Q で交わるとき, PQ の長さが 8 となるような k の値を求めなさい。

$$(1) (x-3)^2 + (y-2)^2 = 32$$

$$\therefore \text{半径は } \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \text{ ,,}$$

(2) l が C の囲む面積を 2 等分するとき, l は C の中心 $(3, 2)$ を通るので

$$x + y = k \text{ に } x = 3, y = 2 \text{ を代入して, } \underline{k = 5} \text{ ,,}$$

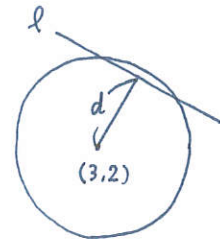
(3) 円の中心 $(3, 2)$ と l とのキヨリを d とおくと,

$$d \leq 4\sqrt{2} \text{ (半径)} \iff l \text{ と } C \text{ が共有点をもつ}$$

ここで, 点と直線のキヨリ公式より,

$$d = \frac{|3+2-k|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{|5-k|}{\sqrt{2}} \quad \therefore \frac{|5-k|}{\sqrt{2}} \leq 4\sqrt{2}$$

$$\therefore |k-5| \leq 8 \quad \therefore \underline{-3 \leq k \leq 13} \text{ ,,}$$



(4) 右図より, $PQ = 8$ のとき,

$$d^2 + 4^2 = (4\sqrt{2})^2 \quad \therefore d = 4$$

$$\therefore \frac{|5-k|}{\sqrt{2}} = 4$$

$$\therefore |k-5| = 4\sqrt{2}$$

$$\therefore \underline{k = 5 \pm 4\sqrt{2}} \text{ ,,}$$

