

2016年第5問


 数理  
石井K

5 放物線  $y = x^2 - 2x + a$  と直線  $y = bx + 5$  の交点の1つが  $(3, 2)$  のとき、次の設問に答えよ。

- (1) 定数  $a, b$  の値を求めよ。  
 (2) もう1つの交点の座標を求めよ。  
 (3) 放物線と直線で囲まれた図形の面積を求めよ。

(1)  $y = x^2 - 2x + a$  に  $x = 3, y = 2$  を代入して、

$$2 = 9 - 6 + a \quad \therefore \underline{a = -1}$$

$y = bx + 5$  に  $x = 3, y = 2$  を代入して、

$$2 = 3b + 5 \quad \therefore \underline{b = -1}$$

(2) 連立方程式

$$\begin{cases} y = x^2 - 2x - 1 \\ y = -x + 5 \end{cases}$$

を解く

$$x^2 - 2x - 1 - (-x + 5) = 0 \iff x^2 - x - 6 = 0$$

$$\iff (x - 3)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = -2, 3$$

$\therefore$  もう1つの交点は  $\underline{(-2, 7)}$

(3) 放物線は  $y = (x - 1)^2 - 2$   $\therefore$  頂点  $(1, -2)$

$\therefore$  右図のようになる。

$$S = \int_{-2}^3 -x + 5 - (x^2 - 2x - 1) dx$$

$$= \int_{-2}^3 -x^2 + x + 6 dx \quad \rightarrow \text{(別)} \quad - \int_{-2}^3 (x + 2)(x - 3) dx$$

$$= \left[ -\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 6x \right]_{-2}^3$$

$$= -9 + \frac{9}{2} + 18 - \left( -\frac{8}{3} + 2 - 12 \right)$$

$$= \underline{\underline{\frac{125}{6}}}$$

として、 $\frac{1}{6}$  公式を使うと速い!

余裕があれば、ぜひマスターしよう!

$\frac{1}{6}$  公式

$$\int_{\alpha}^{\beta} (x - \alpha)(x - \beta) dx = -\frac{1}{6}(\beta - \alpha)^3$$

