2013年第15問

数理
石井K

15 円$C : x^2+y^2-4x-5=0$，直線$L : y=2x+k$について考える（$k$は正の実数定数）．円$C$と直線$L$は，異なる2点P，Qで交わる．線分PQの長さが4となるとき，$k$の値を求めよ．

$$x^2+(2x+k)^2-4x-5=0$$

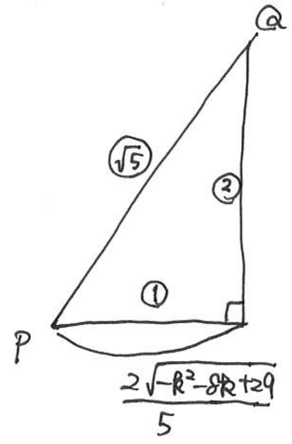
$$5x^2+4kx-4x+k^2-5=0$$

$$\therefore\ x=\frac{4-4k\pm\sqrt{(4k-4)^2-4\cdot5(k^2-5)}}{10}$$

$$=\frac{2-2k\pm\sqrt{(2k-2)^2-5(k^2-5)}}{5}$$

$$=\frac{2-2k\pm\sqrt{-k^2-8k+29}}{5}$$

$\therefore$ P，Qの$x$座標の差は $\dfrac{2\sqrt{-k^2-8k+29}}{5}$




$$\therefore\ PQ=\frac{2\sqrt{-k^2-8k+29}}{5}\times\sqrt{5}=4$$

$$\therefore\ 2\sqrt{-k^2-8k+29}=4\sqrt{5}$$

$$-k^2-8k+29=20$$

$$\therefore\ k^2+8k-9=0$$

$$(k+9)(k-1)=0$$

$k>0$ より $\underline{k=1}$ //