



2016年理学部（数理）第3問

3 数列  $\{a_n\}$  が

$$a_1 = -1, \quad a_{n+1} = 2a_n + 3n - 3 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定められているとき、次の問に答えよ。

- (1)  $b_n = a_n + 3n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) とする。このとき、 $b_{n+1}$  と  $b_n$  の関係式を求めよ。
- (2) 数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。
- (3) すべての自然数  $n$  に対し、 $a_n \neq 0$  であることを示せ。
- (4) 次の式で定められる数列  $\{c_n\}$  の一般項を求めよ。

$$c_1 = 8, \quad c_{n+1} = \frac{c_n}{nc_n + 1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (5) 次の式で定められる数列  $\{d_n\}$  の一般項を求めよ。

$$d_1 = -8, \quad d_{n+1} = \frac{a_{n+1}d_n}{nd_n + a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$