

2014年 数学科・物理学科（共通問題）第3問

3 放物線  $y = x^2$  を  $C$ ,  $y = -x^2 + 2x + 4$  を  $D$  とする. 実数  $t$  を用いて表される  $D$  上の点  $P(t, -t^2 + 2t + 4)$  における  $D$  の接線を  $l$  とする.

- (1)  $C$  と  $D$  が異なる 2 点で交わることを示し, その  $x$  座標を求めよ.
- (2) 接線  $l$  の方程式を  $y = f(x)$  とする.  $f(x)$  を求めよ.
- (3) (1) で求めた 2 交点の  $x$  座標を  $a, b$  ( $a < b$ ) とする.  $a < t < b$  を満たす  $t$  に対して, (2) で求めた接線  $l$  の方程式を  $y = f(x)$  とする. 次の連立不等式の表す領域の面積を  $S(t)$  とする.

$$\begin{cases} y \geq x^2 \\ y \leq f(x) \\ y \geq -x^2 + 2x + 4 \end{cases}$$

$t$  が  $a < t < b$  の範囲を動くとき,  $S(t)$  が最小となる  $t$  の値と, そのときの  $S(t)$  の値を求めよ.