

2017年医学部第5問

5  $xy$  平面上に、原点を中心とし共通の焦点を持つ2つの楕円  $A, B$  がある。これらの長軸はともに  $x$  軸上にあり、それらの長さはそれぞれ  $2a, 2b$  ( $a, b$  は  $a > b > 0$  を満たす定数) である。 $x$  座標が正および負の焦点をそれぞれ  $F, F'$  とする。 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  を満たす実数  $\theta$  に対して、 $A, B$  上にそれぞれ2点  $P, Q$  を、次を満たすようにとる。

$$\angle PFF' = 2\theta, \quad \angle QFF' = \theta, \quad 2 \text{ 点 } P, Q \text{ の } y \text{ 座標は正}$$

原点と焦点との距離を  $d$  ( $d$  は  $d > 0$  を満たす定数) とし、線分  $PF, QF$  の長さをそれぞれ  $p, q$  とするとき、以下の各問いに答えよ。

- (1)  $p$  を、 $a, d, \theta$  を用いて表せ。また  $q$  を、 $b, d, \theta$  を用いて表せ。
- (2)  $\frac{q}{p}$  が最大値をとるための  $a, b$  の条件を求めよ。またその場合の  $d$  の値の範囲を、 $a, b$  を用いて表せ。
- (3)  $\frac{q}{p}$  は最小値をとらないことを証明せよ。