

2013年医学部第1問

1 2つの行列  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} a-2 & -1 \\ a^2-2a-4 & 2a-6 \end{pmatrix}$  に対して, 以下の各問いに答えよ.

- (1) 行列  $A - kE$  が逆行列をもたないような定数  $k$  の値を求めよ. ただし  $E$  は2次の単位行列を表す.
- (2) (1) で求めた  $k$  の値を小さい順に  $\alpha, \beta$  とするとき,  $\alpha P + \beta Q = A$ ,  $P + Q = E$  を満たす行列  $P, Q$  を求めよ.
- (3) 行列の積  $P^2, Q^2, PQ, QP$  を求めよ.
- (4) 行列  $A$  の  $n$  乗  $A^n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) を求めよ.
- (5)  $a > 0$  として, 行列  $C$  を  $C = A + B$  と定めるとき, 行列  $C - kE$  が逆行列をもたないような定数  $k$  の値がただ1つしかないという. このような定数  $k$  および  $a$  の値を求めよ.
- (6) (5) で求めた  $k$  を用いて行列  $N$  を  $N = C - kE$  と定めるとき,  $N^2$  を求めよ.
- (7) 行列  $C$  の  $n$  乗  $C^n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) を求めよ.